

Ev71 传播状态预测及优化模型

江苏省涟水中学 223400

学生:胡阳 指导老师 汪显林

摘要: 该文通过分析传染病传播的一般规律下模型及研究 Ev71 传播的特殊性, 给出一个优化模型, 并据此推测 Ev71 传播未来状况, 提出预防、控制的建议。

关键词: 传播;模型;优化模型;预测

§ 1.问题的背景及提出

EV71 是一种比较常见的肠道病毒, 感染疾病常见于 4-9 月份。传播方式主要有: 人群密切接触, 儿童通过接触被病毒污染的手、毛巾、手绢、玩具、奶具以及床上用品、内衣等引起感染; 患者咽喉分泌物及唾液中的病毒可通过空气(飞沫)传播, 亦可经口传播; 饮用或食入被病毒污染的水、食物, 也可发生感染。由于成年人大多都接触过该病毒, 并在体内产生抗体, 所以不会发病, 而发病者 80%以上是 5 岁以下儿童。多数成年人感染 EV71 病毒后, 不会有任何症状, 称为隐性感染, 只有极少数成年人及婴幼儿会发病, 称为显性感染。隐性感染与显性感染比例约为 100: 1。绝大多数患儿治疗一周后痊愈, 且不留后遗症。但如果诊断、治疗不及时, 患儿可引起心、脑、肾并发症而死亡。今年发生在安徽阜阳的疫情由 EV71 感染引起, 主要经粪口途径和接触传播, 传染性强, 潜伏期为 2-7 天, 病程一般为 7-10 天。EV71 感染引起重症的比例高于其他类型肠道病毒, 重症患儿病死率较高。手足口病是一种比较轻微的传染性疾病, 绝大多数患病的孩子能在 7-10 天左右自愈, 愈后良好。发病者通常口腔溃疡, 在发病一周左右愈合, 手掌和足底等处的皮疹在发病 10 天左右自愈, 易感人群: 幼儿多发, 小于三岁的年龄组发病率最高。

手足口病的爆发给我国经济发展和人民生活带来很大影响, 因此进行定量的研究可以为预测和控制传染病提供重要的科学依据。建立传染病流行过程的数学模型可以在一般情况下分析受感染人数的变化规律, 由于人们不可能通过实验取得传染病的流行数据, 实际的传染病流行的观察往往也不完整, 通常需要依据机理分析来建模, 根据手足口病传播过程的特殊性, 我们把传染病流行的范围内人群分为如下几类:

S 类: 易感者, 指未得病者, 与感病者接触容易受到感染;

I 类: 感病者, 指染上传染病的人; 分为隐性感染者, 显性感染者;

R 类: 移出者, 指病愈或死亡者或被隔离或住院;

§ 2.问题分析及模型假设

我们知道传染病早期由于人们还没有认识到它的特征, 因此在这阶段它的传播是属于自然状态传播, 而后期由于人们对它有所认识, 对它的传染源进行处理及其隔离以及治疗的针对性, 它的传播就处于控制状态下的传播, 另外, 感病者治愈后不再感病。为了研究的方便, 我们先考虑把问题涉及到的因素作如下假设:

- (1) 将手足口病所有传播都视为与病源的接触;
- (2) 人群的数量足够的大, 只考虑传染过程的平均效应;
- (3) 易感者感病的机会与他接触感病者的机会成正比;
- (4) 疾病的传染率是常数;
- (5) 不考虑出生与死亡的过程和人群的迁出与迁入, 即视这个地区总人数为常数。
- (6) 病愈的人不再感染;
- (7) 因为死亡率很低, 故可以不考虑死亡的人数;
- (8) 由政府得到的数据是可靠的;

我们再考虑如下几个数据: (1) 初始时刻的病例数 N_0 ; (2) 具有传染性的人平均每人每天可传染 K 个人; (3) 平均每个具有传染性的人可以直接感染他人的时间为 L 天; (4) 如果用线性回归分析可得累计病例数目的增长随时间 t (单位: 天) 的关系是: $N(t) = N_0(1 + Kt)^L$;

可以看出: 如果不考虑对传染期的限制, 则病例数将按照指数规律增长, 而考虑传染期

的限制病例数的变化将显著偏离指数律,增长会逐渐变慢,因此完全用指数模型预测手足口病的累计病例数是会和实际情况发生较大的偏差,为了更接近实际,我们采用半模拟循环计算的方法,把到达 L 天的病例从可以引发直接传染的基数中去掉。从参数 K 和 L 的实际意义看,K 代表某种社会环境下一个病人传染他人的平均概率,与社会的警觉性程度,政府和公众采取的各种措施有关,在疾病初期社会来不及反应,此时 K 比较大,为此我们把从开始到高峰期间均用同一个 K(从拟合这一段的数据定出),到达高峰以后,逐步调整 K 的值到适当的数值然后保持不变,拟合后期控制阶段的全部数据,L 表示平均每个病人在被发现前后可以直接传染的期限,在此期限后他失去传染的作用,也即他不再传染别人(可能被隔离、病愈、死亡),这个参数主要与医疗机构隔离病人的时机和隔离的严格程度有关,医疗机构对缩短这个参数起作重要作用,L 的值可通过已知的数据分析确定(可能与控制前后这个病人带毒时间有关),根据手足口病特点即使病人病已治好还要有一段时间还具有传染性(特别是大便),因此采取措施前后 L 的值,应该有很大的差距,为了简单起见把 L 固定。

我们依据有关数据建立手足口病传播模型,并以此预测其发展传播趋势,分为两个方面:一是控制前(包括控制力度不大阶段),二是采取有力措施控制后的阶段.考虑控制前为自然状态,控制后为控制状态的两种状态下模型,并依靠这两个模型分别对手足口病的前期及后期传播和发展做预测,从而更合理地指导有关工作。

§ 3. 模型的建立和求解

为了研究模型的方便引进下列参数:

I(t):病人的总数;S(t):健康人数(不包括病愈);R(t):退出者(病愈)总数;Z(t):隐性病例者总数.t 表示时间,以天为单位;

我们先来分析前面用线性回归分析得到的模型: $N(t)=N_0(1+K)^t$;由于 $N'(t)=N_0(1+K)^t \ln(1+K)$ 恒大于 0,因此N(t)是单调增函数,而未来病人总数一定是会下降的,因此这个模型需要调整;

由前面分析可知:K 的值是不确定的且具有阶段性,在不同时期 K 的值要进行调整(从目前看还没有具体方法),在我们这个问题中,K 的值分三个阶段:1.控制前期;2.控制中期;3.控制后期. 参数 L 的值也是不确定的,根据相关资料可知早期 L 相对要大一些,大约 25 天,后期与前期差距比较大,后期L大约 5 天(病人一旦被隔离可以看作不再具有传染性,另外隔离之前其他相关人员传染的时间相对长一些)。

由上面分析可以看出,如设平均每个病人每天传染的人数是K,平均每个病人要经过T日才能完全隔离,也即平均一个人能够对别人传染的天数是T日,于是,T日之后的病人数就从 1 变成了 $1+KT$,增加了KT,在这个数字应该扣除已经病愈的和死亡的(可以不考虑死亡人数),才是能够继续对别人传染的病人数,所以在乘以一个小于 1 的系数 λ 即 λKT . 设在开始时病人数 N_0 , T日后的病人数变成 $N_0(1+\lambda KT)$, 每经过T这个数字就增大 $1+\lambda KT$ 倍, 于是经过n个T日, 即

$$t=nT \text{ 日后, 病人数 } N=N_0 \left(1+\frac{\lambda KT}{n}\right)^n,$$

每天病人增加数可以写成增加的病人数 ΔN , 除以增加的天数 Δt 的比 $\frac{\Delta N}{\Delta t}$, 这个数等于平均一个病人每天传染的人数 k 乘以当日的病人数 fN(这里的 f 是当日的病人数与总病人数的比), 即

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = f k N, \quad k = \frac{1}{f N} \frac{\Delta N}{\Delta t}$$

考虑到累计出院人数可以将计算公式调整为: $k = \frac{1}{N-C} \frac{\Delta N}{\Delta t}$, 其中 C 是当日为止的累计出院人数, 只要将公布的相关数据代入即可求出参数 k.

下面考虑以阜阳为例建立模型:

先考虑控制前期,将人群分为三类:病人、健康人、病愈,其人数分别用 $i(t)$ 、 $s(t)$ 、 $r(t)$ 来表示. 设总人数 n , 则 $i(t)+s(t)+r(t)=n$; 单位时间内一个病人传染的人数与当时健康者人数成正比, 比例系数为 k , 则 $\frac{di}{dt} = ks(t)i(t)$; 单位时间内病愈免疫的人数与当时病人人数 $r(t)$

成正比, 如果取 t 单位为天, 则每天出院人数 l , $\frac{dr}{dt} = li$;

$$\frac{di}{dt} = ks(t)i(t) - \frac{dr}{dt}$$

建立如下模型:

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = ksi - li \\ \frac{ds}{dt} = -ksi \end{cases}$$

设初始条件为:

$$\begin{cases} i|_{t=0} = i_0 \\ s|_{t=0} = s_0 = n - i_0 \end{cases}$$

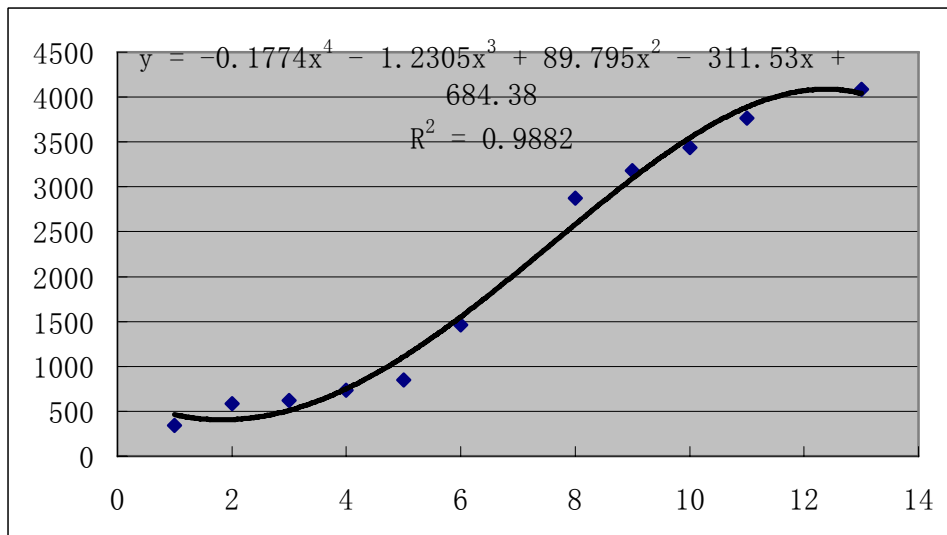
所以, $\frac{di}{ds} = \frac{ksi - li}{-ksi} = \frac{l}{ks} - 1$, 初始条件: $i|_{s=s_0} = n - s_0$

$i = \frac{1}{k} \ln \frac{s}{s_0} - s + n, r(t) = \frac{1}{k^2 s_0} [(ks_0 - 1) + \alpha th(\frac{\alpha lt}{2} - \varphi)]$, 其中 α 为常数,

对 $r(t)$ 、 $i(t)$ 用泰勒公式展开得: $r(t) = \sum_{i=0}^6 m_i t^i$, (1)

$$i(t) = \sum_{i=0}^6 n_i t^i, \quad (2)$$

其中 m_i 、 n_i 都是常数, m_0 、 n_0 是与 s_0 有关的数据. (下图为 $r(t)$ 的拟合图)



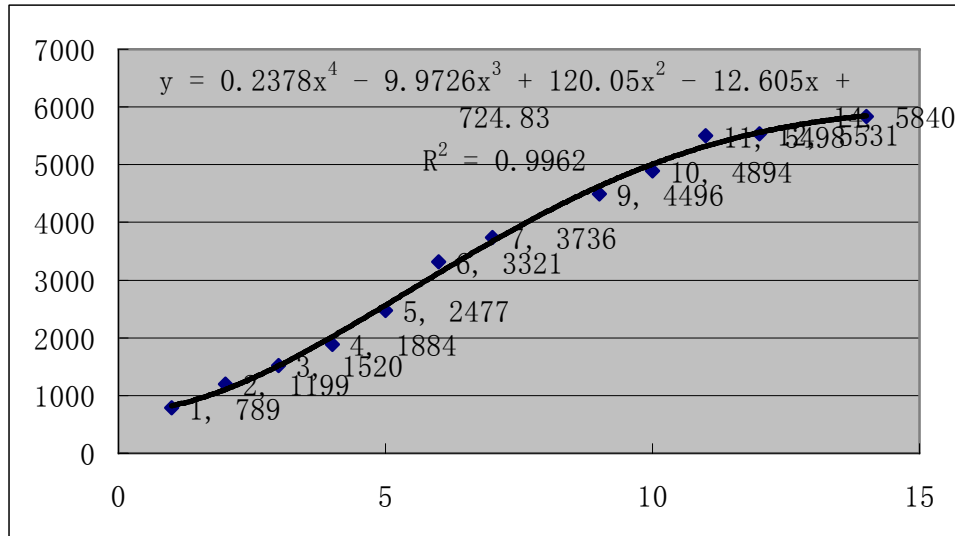
参数的确定:附录中表 1.以安徽省阜阳市为例用excel进行曲线拟合求出 m_i 、 n_i 的值, 方程

(1)变为:

$$r(t)=-0.1774t^4-1.2305t^3+89.795t^2-311.53t+684.38 \quad (3)$$

(2)变为:

$$i(t)=0.2378t^4-9.9726t^3+120.05t^2-12.605t+724.83 \quad (4)$$



(i(t)的拟合图)

§ 4. 模型的分析及评价

利用公式(3)(4)以及4月 28日的初始值求出广东的病人总数 $i(t)$ 及总退出者数 $r(t)$,通过对比可以看出:预测结果和实际情况吻合程度很好,故具有较强的理论指导意义;由于该模型描述的是疫情传播的早期行为,因此对早期的吻合程度更高些,另外后期的病人总数增加的比实际情况要快,对控制后预测准确性有点不足.但由于这里给出的是模型解析式,因此在求值时可操作性强,同时求解过程中也不需要频繁地更改参数,说明模型的实用性比较强.

我们从专家那里知道:手足口病传播特点不同于其他传染性疾病,一方面传染性极强只要有相关的接触被感染的可能性很大,另一方面成人感染病毒一般不会发病,而其具有传染性,隐性感染与显性感染比例约为 100: 1,因而不易较好的控制隐性感染者,当显性感染者被隔离隐性感染者还会继续感染别人,这也给被感染的病人总数的估计带来不准确性,另外这里的数据收集是通过各处搜索得来的,还不能保证完全准确无误.这里对手足口病的传染、发病等问题的研究所考虑的因素还不够全面,还可以进一步的加强以使更能符合实际情况.

§ 5. 模型的应用

1. 卫生防疫部门预防措施的评价

根据各地疫情发展的情况,我们可以发现各地卫生部门对如下措施:

- (1) 患者是否及时被隔离,切断感染源;
- (2) 各个公共场所对活动人群的检查力度及消毒措施(特别是幼儿园)是否到位;
- (3) 减少带菌者与其他人接触的机会

做得如何?通过比较以及数据变化情况作出客观的评价.

2. 得病后入院时间对感染总数的影响

通过计算可以得出患者得病后到被隔离的时间的长短对发病总数的影响是比较大的因此,同时病人总数以及有效控制的时间也与它有密切的关系,患者如果能较早的得到隔离将会使疫情较早的得到控制.

3. 隔离措施的强度对感染总数的影响

隔离措施的强度不同也同样对疫情是否得到控制的时间产生很大的影响,也直接影响病人的总数,这也是一个重要因素.

4. 对医疗部门的评价

上述研究表明,“得病后入院时间”与“隔离措施的强度”对疫情态势发展具有极大的敏感性与相关性,医疗部门如果采取“早发现、早隔离、早治疗”等措施可以快速有效地控制疫情的扩散与传播,从数据可以看出:就全国而论如果手足口病疫情延迟隔离一天,感染病毒人数将会增加千人,延迟两天将会增加三千左右;由于手足口病隐性感染者远多于显性感染,因此手足口病对病毒携带者的隔离的强度对疫情发展的影响远高于其他疫情.由此可见我们通过建模可以对疫情的发展情况作出较好的推测,对有关部门采取措施的效度作出评估,并可以据此提出有关的建议,以便能更好地控制疫情的发展,使疫情对人民的生活、社会环境、国家经济造成的不利影响降低到最低限度.

§ 6.附录(数据表)

附录:(4月23日610,死亡8,至5月8日新增5000多,)

1.阜阳的疫情数据(3月27日第一例死亡、3月28日第二、第三例死亡、3月29日第四、第五例死亡、4月26日19,4月27日20,5月1日20,)

日期	累计病例	出院病例	新增病例
4月26日	789	341	
4月27日	1199	585	410
4月28日	1520	617	321
4月29日	1884	738	364
4月30日	2477	849	539
5月1日	3321(上午2946)	1460	844
5月2日	3736		415
5月3日		2874	
5月4日	4496	3182	398
5月5日	4894	3440	433
5月6日	5498	3764	604
5月7日	5531		
5月8日		4088	
5月9日	5840		
5月10日			
5月11日			
5月12日			139
5月13日			
5月14日			
5月15日			
5月16日			
5月17日			
5月18日			
5月19日			72
5月20日			
5月21日	7275		63
5月22日			

5月23日			
5月24日			
5月25日			
5月26日			
5月27日			45
5月28日			
5月29日			
5月30日			
5月31日	7470		

2.安徽省的疫情数据（可能5月10左右新增病例下降）

病例数从最高峰的日报 1160 例（5月1日）降到5月21日的 153 例
5月总数：10725

日期	累计病例	出院病例	新增病例
4月26日			
4月27日			
4月28日			
4月29日			
4月30日			
5月1日	4529		
5月2日	5151	225	766
5月3日	5840		622
5月4日	6545	2642	
5月5日			
5月6日	8723	3166	
5月7日	9428	4382	705
5月8日			
5月9日			
5月10日			
5月11日			
5月12日		517	
5月13日			
5月14日			
5月15日			
5月16日			
5月17日			
5月18日			197
5月19日	13112		
5月20日			
5月21日	12898	10696	153
5月22日			

5月23日			
5月24日			
5月25日			
5月26日			
5月27日			130
5月28日			
5月29日			
5月30日			
5月31日	15254		
6月5日			172
6月6日			

3.广东的疫情数据5月2日开始速度加快,5月8日最多,以后每天200例减少

日期	累计病例	出院病例	新增病例
4月26日			
4月27日			
4月28日	273		
4月29日			
4月30日			
5月1日			
5月2日			
5月3日			
5月4日	952		
5月5日	1692		
5月6日	3100		1408
5月7日	4876		1692
5月8日	7103		2226
5月9日			
5月10日	11374		1604
5月11日	13189		
5月12日	14793		
5月13日			
5月14日			
5月15日			
5月16日			639
5月17日		累计 4395 (2048)	468
5月18日	22586	累计 4872 (1886)	388
5月19日			
5月20日	23278	累计 5324 (1709)	592
5月21日			
5月22日			
5月23日			
5月24日			

5月25日			
5月26日			
5月27日			
5月28日			
5月29日			
5月30日			
5月31日			

5.全国的疫情数据（5月共：173621；死亡：40）

（5月14日左右出现拐点，最高峰日报：（5.14）11501，6月5日3922）

5月14日近5万,5月12日46541,

日期	累计病例	出院病例	新增病例
4月26日			
4月27日			
4月28日			
4月29日			
4月30日			
5月1日			
5月2日			
5月3日			
5月4日			
5月5日			
5月6日	18084		
5月7日	21203		
5月8日			
5月9日	25000		
5月10日			
5月11日			
5月12日	46541		
5月13日			
5月14日			
5月15日			
5月16日			
5月17日			
5月18日			
5月19日			
5月20日			
5月21日			
5月22日			
5月23日			
5月24日			

5月25日			
5月26日			
5月27日			
5月28日			
5月29日			
5月30日			
5月31日			

参考文献

- [1]白凤山等著.数学建模.哈尔滨.哈尔滨工业大学出版社.2003.4.
- [2]吴建国主编.数学建模案例精编.北京.中国水利水电出版社.2005.5.
- [3]刘来福、曾文艺编著.数学模型与数学建模.北京.北京师范大学出版社.2002.3
- [4]茆诗松.贝叶斯统计.北京.中国统计出版社.1999
- [5]姜启源.数学模型.北京.高等教育出版社.1983
- [6]周天明.传染病的数学模型及其应用.黑龙江医药科学.第25卷第3期,2002

Prediction of Ev71 spreading state and Excellent Model

Student:huyang Director :Wangxianlin

Lianshui middle School

Jiangsu province

Abstract :It tells an excellent model by analysing the general regular of spreading infectious disease and study the particularity from that ,people can predict the future state of spreading Ev71 and give some advice on prevention and control.

Key words :spreading ;excellent model; prediction